

基于有限元-近场动力学耦合方法的 挡土墙变形破损分析*

牟太平¹, 孙伟^{2,4}, 邱志雄¹, 肖红萍³, 张嘎⁴, 林沛元²

1. 广东省高速公路有限公司, 广东 广州 510623
2. 中山大学土木工程学院, 广东 广州 510275
3. 北京城投地下空间开发建设有限公司, 北京 100044
4. 清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点实验室, 北京 100084

摘要: 采用有限元-近场动力学耦合方法, 分析公路路基悬臂式挡土墙的变形破损; 在结构破损的较小区域采用近场动力学离散, 实现了挡土墙整体和局部变形破损的全过程模拟。以某路基悬臂式L型挡土墙为例, 进行全过程精确模拟。结果表明: (1) 墙体处于绕墙底转动模式, 墙体以承受水平荷载为主, 为受弯构件; (2) 在L型转折交叉内侧处有较大的拉应力出现, 最终形成了约6 cm的裂缝, 破损处有明显的应力集中和应力重分布发生; (3) 在同等计算条件下, 扶壁式挡土墙拉应力降低了80%, 没有出现裂缝。因此, 增加扶壁是改善挡土墙受力条件、防止发生破损的有效措施。

关键词: 挡土墙; 破损分析; 近场动力学; 有限元

中图分类号: TU47 **文献标志码:** A **文章编号:** 2097-0137 (2022) 06-0158-08

Damage analysis of the retaining wall based on the FEM-Peridynamics coupling method

MOU Taiping¹, SUN Wei^{2,4}, QIU Zhixiong¹, XIAO Hongping³, ZHANG Ga⁴, LIN Peiyuan²

1. Guangdong Provincial Freeway Co., Ltd., Guangzhou 510623, China
2. School of Civil Engineering, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China
3. Beijing Urban Underground Space Development and Investment Co., Ltd., Beijing 100044, China
4. State Key Laboratory of Hydrosience and Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China

Abstract: In this study, damage analysis of a subgrade cantilever retaining wall was conducted based on the FEM-Peridynamics coupling method. In this method, only the damage zone is required to be discretized into Peridynamics particles such that the overall structure and the local failure can be simulated simultaneously from the intact to the complete failure states. Numerical examples about an L-shape cantilever retaining wall is thoroughly simulated. The analysis results demonstrate that: (1) the cantilever wall rotates along its bottom. The wall is mainly subjected to the horizontal loadings and it belongs to a bending member. (2) a large tension stress occurs in the internal turn point of the L-shape, which results in a 6 cm-long crack. Stress concentrations and stress redistributions appear in

* 收稿日期: 2021-10-13 录用日期: 2021-12-21 网络首发日期: 2022-04-19

基金项目: 清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点实验室开放基金 (sklhse-2021-D-04);
国家自然科学基金 (52109145)

作者简介: 牟太平 (1981年生), 男; 研究方向: 交通岩土工程; E-mail: 48155171@qq.com

通信作者: 孙伟 (1990年生), 男; 研究方向: 岩土工程破坏分析; E-mail: sunw55@mail.sysu.edu.cn

the damage zone evidently. (3) under the same conditions, the counterfort retaining wall has a small tension stress, i. e., it decreases by 80% compared with the subgrade cantilever retaining wall. In this case, no crack occurs. Therefore, designing a counterfort is one of effective measures to ameliorate the loading condition and to prevent cracks of the retaining wall.

Key words: retaining wall; damage analysis; peridynamics; finite element method

高速公路改扩建中的路堤常采用挡土墙进行支挡处理。在背后填土土压力和外部荷载(如车辆荷载)作用下,挡土墙可能发生整体倾斜失稳甚至倒塌等变形破坏。特别是对于刚性墙,可能会由于应力过大而导致墙身局部出现裂缝等。

目前,有学者采用模型试验、理论分析或数值模拟等方法,对挡土墙应力变形、土压力计算方法,加筋挡土墙性能等进行了研究。章为民等^[1]进行了加筋挡土墙离心模型试验;宋飞等^[2]设计了可考虑刚性挡墙平动位移模式的土压力离心模型设备;李永刚等^[3]引入主应力拱的概念,利用水平层分析方法,研究了墙背竖直且填土无黏性条件下的土压力分布。通过理论分析,刘洋等^[4]得到了滑动土体任一点的应力解,以及挡土墙土压力的大小、分布及作用点位置等。考虑地基土和填土的流变以及格栅的蠕变性,栾茂田等^[5]采用非线性有限元法(FEM, finite element method)分析了众多因素对挡土墙应力变形性能的影响;采用有限差分法,邹维列等^[6]研究了重力式加筋土挡土墙的工作性能和土压力分布特点。Rao等^[7]提出了一种平动模式下路肩挡土墙主动土压力的简化计算方法。并与试验数据、库仑和朗肯理论等的预测结果进行对比,验证了方法的有效性。

针对挡土墙的失稳破坏,也有学者进行了研究。张波等^[8]采用有限元法分析了黏土加筋挡土墙的破坏过程,获得的滑裂面与实际破坏形式较为相符。采用有限差分法,吴顺川等^[9]研究了车辆动荷载作用下路基加筋挡土墙的失稳机理和破坏模式。孟云伟等^[10]揭示了墙背阶梯式石笼挡土墙的破坏模式主要是倾覆破坏。Wang等^[11]采用ABAQUS建立有限元分析模型,开展土钉和预应力锚杆加固复合支护结构的失效机理研究,研究发现,预应力锚杆的施加使基坑变形减小,提高了高坡度的整体稳定性。

然而,关于刚性挡土墙在外部荷载作用下墙身可能发生局部破坏的问题,目前的研究还相当不足。本文以某改扩建工程为例,提出了一种有

限元-近场动力学(FEM-NOSBPD)耦合方法,并将其应用于算例的悬臂式L型挡土墙的变形破坏分析。

1 有限元-近场动力学耦合方法

有限元-近场动力学耦合方法^[12-13]基于叠加多尺度理论^[14],在耦合区域内将总位移分解为有限元表达的位移和近场动力学表达的位移,并在耦合区域边界施加齐次边界条件,通过变分原理实现两者的有效耦合。在该方法中,仅需要在结构破损的较小区域采用近场动力学离散,而在其他大部分区域采用计算量较小的有限元方法离散,可实现大型结构变形破损的全过程精确模拟。

近场动力学(PD, peridynamics)是一种新的非局部计算力学理论^[15],可以自发地判断裂纹扩展方向,不需要记录和分析裂纹网格的几何关系;并可同时描述多条裂纹,能够方便地模拟材料的破坏过程,并可有效避免破坏模拟中的单元尺寸效应问题,从而获得与离散密度无关的客观解。2007年,Silling提出了常规(ordinary state-based)和非常规态型(non-ordinary state-based)PD理论^[16]。本文采用NOSBPD理论,其运动方程为

$$\rho(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x},t) = \int_{\mathcal{H}_x} \{ \mathbf{T}[\mathbf{x},t] \langle \mathbf{x}' - \mathbf{x} \rangle - \mathbf{T}[\mathbf{x}',t] \langle \mathbf{x} - \mathbf{x}' \rangle \} dV_{x'} + \mathbf{b}(\mathbf{x},t), \quad (1)$$

式中 ρ 是质量密度, \mathbf{u} 是位移, \mathbf{b} 是给定的体积力, \mathcal{H}_x 表示点 \mathbf{x} 的邻域,它是指初始参考构型中截断半径 δ 所包围的区域, f 表示对点力函数, $\mathbf{T}[\mathbf{x},t] \langle \mathbf{x}' - \mathbf{x} \rangle - \mathbf{T}[\mathbf{x}',t] \langle \mathbf{x} - \mathbf{x}' \rangle$ 表示作用在点 \mathbf{x} 上由点 \mathbf{x}' 给的力密度向量; $\mathbf{T}[\mathbf{x},t]$ 和 $\mathbf{T}[\mathbf{x}',t]$ 表示力向量态。初始位置参考构型的向量态为

$$\underline{\mathbf{X}} \langle \boldsymbol{\xi} \rangle = \boldsymbol{\xi} = \mathbf{x}' - \mathbf{x}. \quad (2)$$

某一时刻,变形向量态为

$$\underline{\mathbf{Y}} \langle \mathbf{x}' - \mathbf{x} \rangle = \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\xi} = (\mathbf{u}' + \mathbf{x}') - (\mathbf{u} + \mathbf{x}). \quad (3)$$

给定 $\underline{\mathbf{Y}}$,通过缩减技术,可以获得非局部的变形梯度

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \left[\int_{\mathcal{H}_x} \omega(\|\boldsymbol{\xi}\|) (\underline{\mathbf{Y}}(\boldsymbol{\xi}) \otimes \boldsymbol{\xi}) dV_{\boldsymbol{\xi}} \right] \cdot \mathbf{K}(\mathbf{x}), \quad (4)$$

其中函数 ω 为影响函数^[17], $\mathbf{K}(\mathbf{x})$ 为非局部形变张量

$$\mathbf{K}(\mathbf{x}) = \left[\int_{\mathcal{H}_x} \omega(\|\boldsymbol{\xi}\|) (\boldsymbol{\xi} \otimes \boldsymbol{\xi}) dV_{\boldsymbol{\xi}} \right]^{-1}. \quad (5)$$

给定某经典连续介质本构关系, 其应力张量可通过式(5)定义的非局部变形梯度求得。经过推导, 力向量态可以用应力 $\boldsymbol{\sigma}$ 和变形梯度 \mathbf{F} 表示为

$$\mathbf{T}[\mathbf{x}] < \mathbf{x}' - \mathbf{x} > =$$

$$\omega(\|\mathbf{x}' - \mathbf{x}\|) \det(\mathbf{F}) \cdot \mathbf{F}^{-1} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{K}(\mathbf{x}) \cdot \boldsymbol{\xi}. \quad (6)$$

式(6)建立了NOSBPD中的力态与经典连续介质力学理论中的应力、变形梯度等物理量之间的关系。

孙伟从变分角度严格证明了有限元和非常规态型近场动力学理论(NOSBPD, non-ordinary state-based peridynamics)^[16]两者内力虚功不同形式之间的等效关系, 然后推导了可以保持两者各自求解格式不变的总的控制方程和耦合切向刚度矩阵(即有限元采用网格离散和弱形式求解; 近场动力学采用粒子离散和强形式求解), 从而解决了两者离散和求解方式不同的问题, 提出了一种新的耦合界面处理技术以消除或减小界面处的虚假的相互作用力, 从而解决了两者耦合界面的问题^[17], 建立了适用于结构破损分析的有限元-近场动力学耦合分析方法。

本文采用FEM-NOSBPD耦合分析方法进行破损计算。首先, 进行裂缝萌生起裂判断, 而后进行裂缝扩展分析。裂缝的萌生起裂可由材料的抗拉、抗压或抗剪强度来判断, 这里采用抗拉强度进行起裂判断。对于裂缝的扩展, 则将其视为断裂力学问题, 采用基于能量的破损准则^[18-19], 即当近场动力学中的单个键储存的能量密度达到某一阈值(与材料的断裂能有关), 则该键发生断裂。本文采用隐式方法进行耦合方程的求解。隐式计算过程中, 每一荷载步的每一增量步应迭代至该步完全没有新的键发生断裂为止, 方可进入下一增量步。

接下来, 采用混凝土偏心三点弯曲梁算例^[20]来验证FEM-NOSBPD耦合方法在混凝土结构破损模拟方面的有效性。混凝土计算参数为 $E = 38 \text{ GPa}$, $\nu = 0.2$, $f_t = 3.0 \text{ MPa}$, $G_t = 69 \text{ N/m}$, 近场动力学离散参数为 $\Delta x = 1 \text{ mm}$, $\delta = 3\Delta x$ 。图1为试验布置和几何尺寸。图2为耦合方法的计算模型和最终裂缝形态。图3为加载点承载力-位移曲

线。分析可知, 无论是裂缝形态还是承载力曲线, 耦合方法的计算结果都能与试验值吻合较好。因此, 本文建立的FEM-NOSBPD耦合方法能够有效地模拟混凝土结构破损。

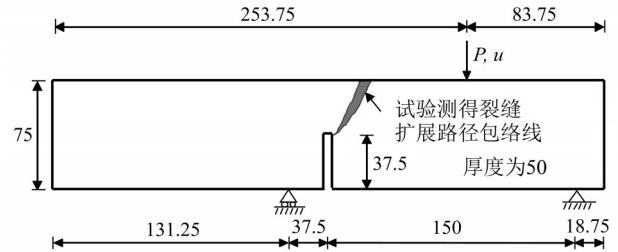
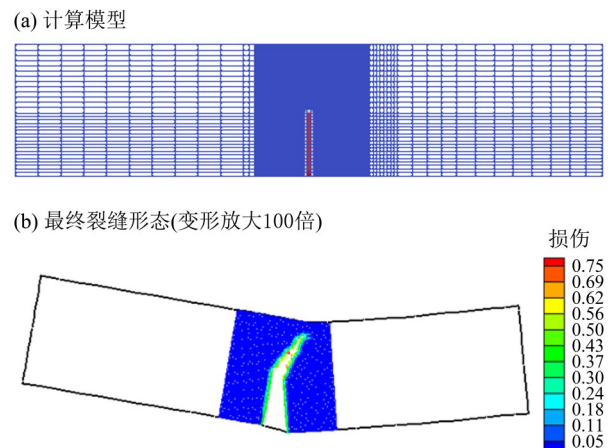


图1 混凝土偏心三点弯曲梁试验^[20](单位: mm)

Fig. 1 Three-point bending eccentrically concrete beam test^[20](unit:mm)



PD粒子仅布置在裂缝附近, 如图(b)中蓝色区域。

图2 FEM-PD耦合方法计算模型和计算结果

Fig. 2 The computational model of the FEM-PD coupling method and computational results

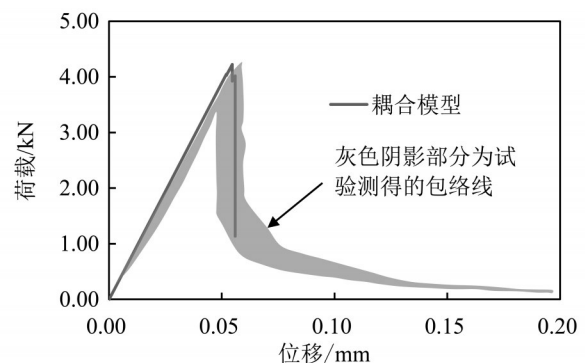


图3 加载点承载力-位移曲线

Fig. 3 The curve of bearing capacity versus displacement

2 计算模型

以某高速公路改扩建工程为例进行分析, 计

算模型如图4所示。悬臂式L型挡土墙高5 m, 底宽3 m, 悬臂宽度0.27 m。根据相关规范^[21], 设定车辆等效荷载为20 kPa。土体采用摩尔-库伦模型模拟。计算参数基于现场地勘资料确定, 如表1所示。挡土墙为C30混凝土, 本文计算暂不考虑挡土墙的配筋问题, 计算参数如表2所示。其中, f_t , f_c 和 G_1 分别表示混凝土单轴抗拉强度、抗压强度和I型断裂能。断裂能参数取自文献^[22], 其他参数取值来自混凝土结构设计规范^[23]。挡土墙和地基土及填土之间设置了无厚度的 Goodman 单元, 接触本构采用 Clough-Duncan 双曲线模型, 计算参数如表3所示(表中参数取自文献^[17])。近场动力学粒子离散参数为粒子间距5 mm, 邻域半径3倍粒子间距, 粒子仅需在破损位置附近布置。计算边界条件为底边双向固定、侧边固定法向, 计算按照平面应变假设进行。计算中, 应力均以压为正、拉为负, 主应力满足 $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ 。

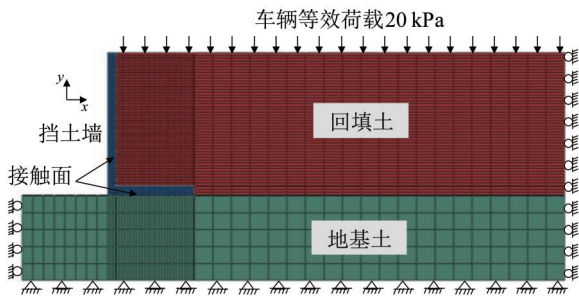


图4 计算模型和边界条件

Fig. 4 Calculation model and boundary conditions

表1 土体计算参数

Table 1 Calculation parameters of the soil

材料	$\gamma / (\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$	E / MPa	ν	c / kPa	$\varphi / (^\circ)$
地基土	18.5	10	0.30	28.0	18
回填土	17.0	50	0.28	0.0	40

表2 挡土墙变形破坏计算参数

Table 2 Parameters for the deformation and failure analysis of the retaining wall

E / GPa	ν	f_t / MPa	f_c / MPa	$G_1 / (\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$
30.0	0.2	2.01	20.10	135

表3 接触面计算参数

Table 3 Parameters of the interface

K_s	n_s	c_s / kPa	$\varphi_s / (^\circ)$	R_{fs}	$K_{mn} / (\text{MPa} \cdot \text{m}^{-1})$
3 000	0.66	20.0	16.0	0.76	10 000

3 挡土墙应力变形及破坏分析

计算得到的土体水平位移、竖直位移及塑性区分布如图5所示。由图5可知, 由于回填土是无黏性砂土, 因此在挡土墙墙顶附近位移较大, 最大水平位移约为1 cm, 最大竖直位移约为2.8 cm, 同时在该位置还出现了一定的塑性区, 墙体和土体在该位置的接触面也有一定的滑动或脱开。

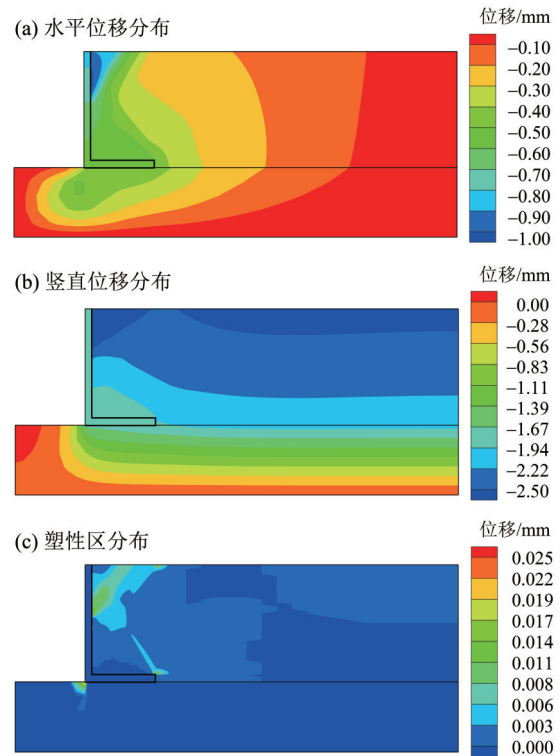
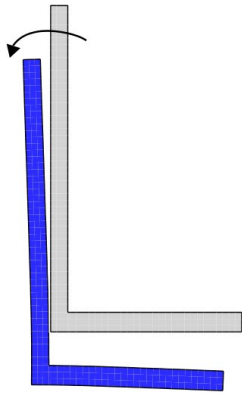


图5 土体计算结果(变形与塑性区分布)

Fig. 5 Computational results of the soil deformation and plastic zone distribution

挡土墙的变形图和位移如图6~7所示。由图可知, 在本文的计算条件下, 墙体处于绕墙底转动模式。沿着挡土墙高度方向, 竖直位移变化不大, 水平位移则是随着高程增加而增大, 墙顶达到最大。挡土墙的应力分布如图8所示。由图8可知, 1) 墙体在竖直方向主要承受墙体和土体不均匀沉降所带来的摩擦力以及墙体自身的重力, 而水平方向则是墙体一侧填土带来的土压力。从应力分布来看, 墙底压应力并不是很大, 最大仅2.24 MPa; 但墙底由于水平荷载带来的弯矩所引起的拉应力却较大, 最大约5.47 MPa, 出现在L型转折交叉内侧处。因此, 悬臂式挡土墙结构以承受水平荷载为主, 为受弯构件。2) 墙体应力较大的位置主要分布在L型转折处, 内侧受拉、外侧受压;



灰色为变形前,蓝色为变形后,变形放大50倍。

图6 变形前后的挡土墙

Fig. 6 The retaining wall before and after deformation

该位置是易破损位置,实际施工中可在该位置考虑配置一定的钢筋。

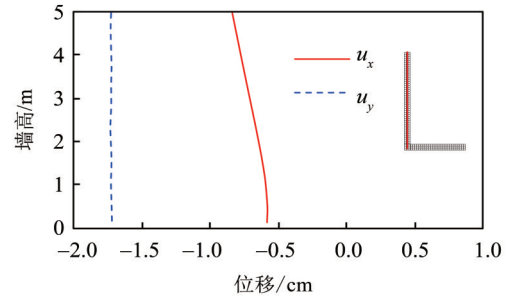


图7 挡土墙位移分布

Fig. 7 Distribution of displacement of the retaining wall

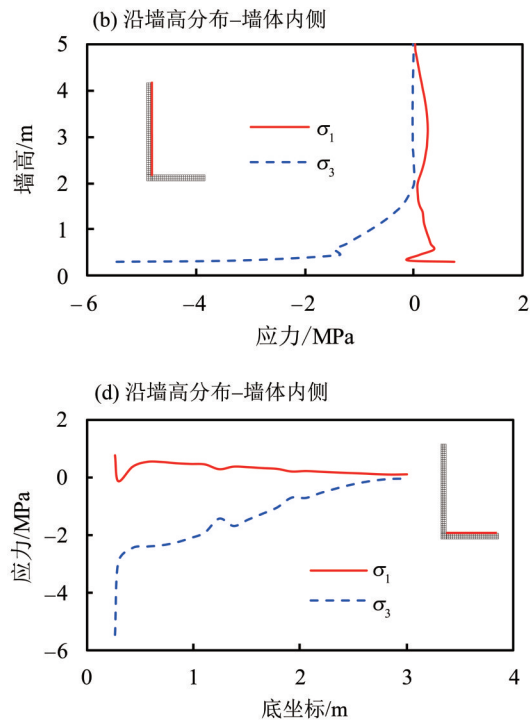
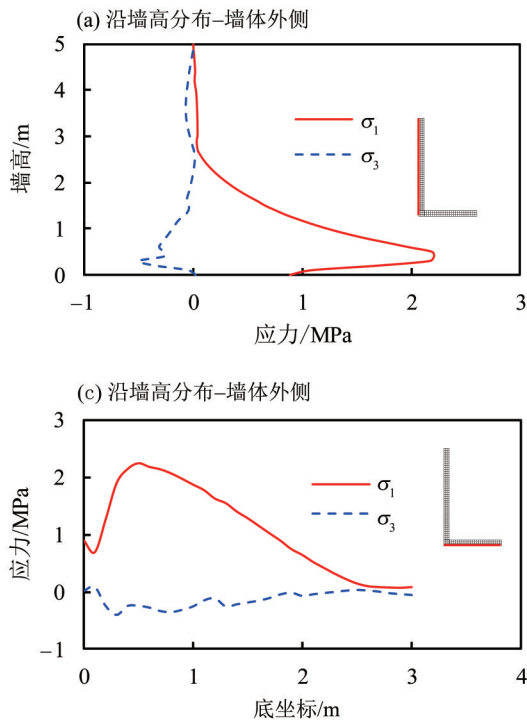


图8 挡土墙应力分布

Fig. 8 Distribution of stress of the retaining wall

图9给出了挡土墙的破损分布。结果表明,在L型挡墙转折交叉内侧处出现了一条裂缝,裂缝走向为水平向下约20°,裂缝长度约为6 cm。总体上看裂缝扩展长度和破损区域并不是很大,这可能与拉应力分布区域较小,仅集中在转折交叉位置有关。

采用耦合模型进行分析时,近场动力学某粒子的键达到设定阈值后将发生断裂,从而形成裂缝。在裂缝尖端附近存在着明显的应力集中和重分布,使得该点其他的键或者周边点的键可能进入破坏状态,从而促进裂缝向前扩展。图10为

加载结束时刻破损区裂缝附近的大小主应力分布,裂缝尖端存在奇异性,应力较大,而其他位置的超额应力自动发生了转移,应力较小,即挡土墙破损区存在明显的应力集中和应力重分布。

4 扶壁影响分析

扶壁式挡土墙是路堤挡土、码头岸壁的一种主要形式^[24]。通过计算,本文探讨了扶壁对于挡墙应力和破损的影响。扶壁的具体尺寸如图11所示,其他计算条件与前述悬臂式挡土墙相同。图12给出了扶壁式挡土墙的应力分布。对比图8可

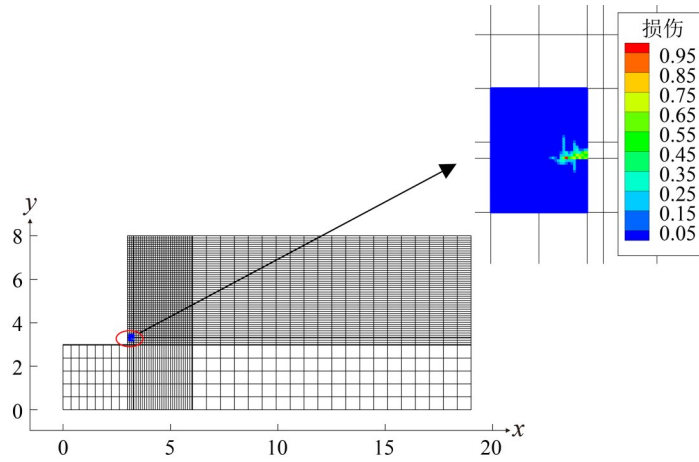


图9 挡土墙破坏分布 (单位: m)

Fig. 9 Distribution of damage of the retaining wall (unit:m)

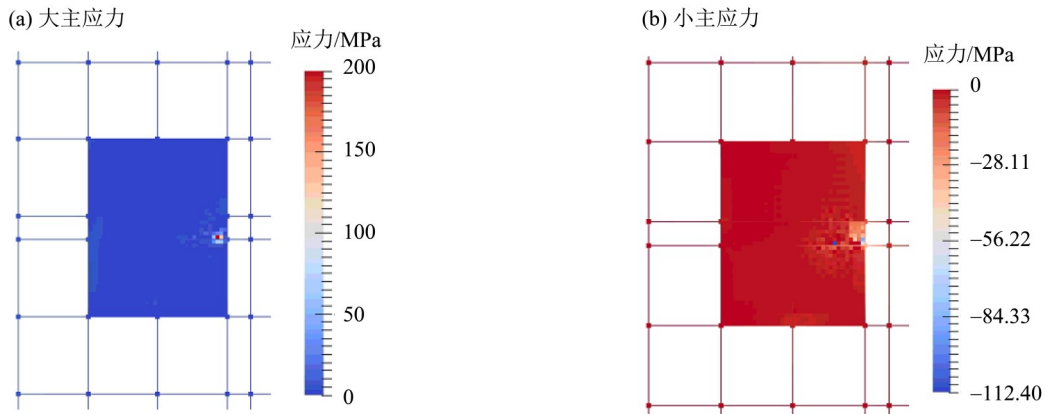


图10 挡土墙破坏区主应力分布

Fig. 10 Distribution of principle stress in the damage zone of the retaining wall

知: (1) 在应力分布规律上, 两者基本相似。应力较大的位置仍主要分布在扶壁底部的转折处, 内侧受拉、外侧受压, 即挡墙易破损位置没有变化。(2) 在应力大小上, 扶壁式挡土墙相比于悬臂式减小很多, 如: 扶壁式挡土墙拉应力最大不超过 0.6 MPa, 与悬臂式最大拉应力 5.47 MPa 相比, 减小超过 80%; 扶壁式挡土墙压应力最大不超过 0.8 MPa, 与悬臂式最大压应力 2.24 MPa 相比, 减小约 60%。扶壁式挡土墙没有出现裂缝, 应力的改善是与增设了扶壁、截面的抗弯刚度得到增强有关。因此, 增加扶壁是改善挡土墙受力条件、防止发生破损的有效措施。

5 结论

采用有限元-近场动力学耦合方法, 分析了某路基悬臂式 L 型挡土墙的变形破坏状况。主要结论如下:

1) 通过混凝土偏心三点弯曲梁算例, 发现耦

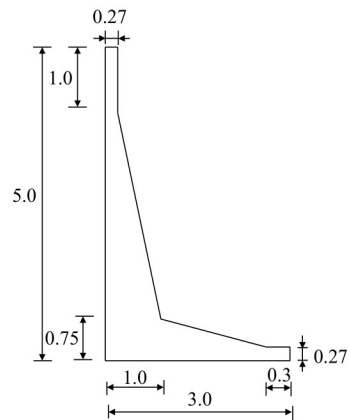


图11 扶壁式挡土墙的几何尺寸 (单位: m)

Fig. 11 Dimensions of the counterfort retaining wall (unit: m)

合方法的计算结果能较好地再现试验裂缝形态, 且承载力曲线与试验结果吻合, 这说明本文采用的 FEM-NOSBPD 耦合方法可有效地模拟混凝土结构损伤问题。

2) 悬臂式挡土墙处于绕墙底转动模式。水平

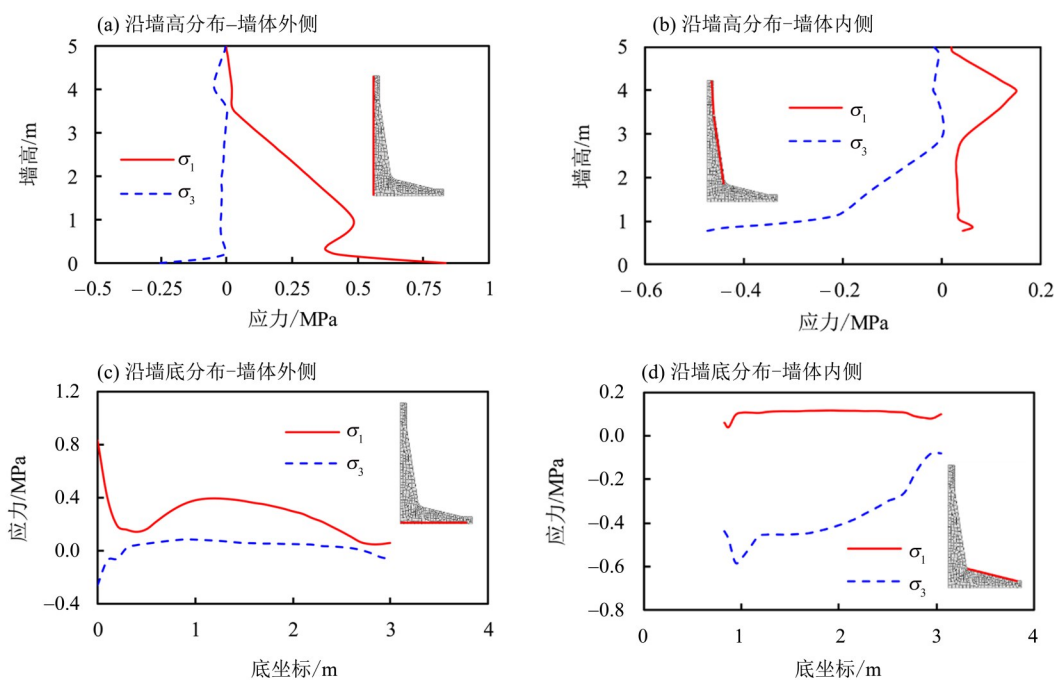


图 12 扶壁式挡土墙应力分布

Fig. 12 Distribution of stress of the counterfort retaining wall

方向挠度随着墙高的增高而增大,墙顶达到最大;挡墙墙底的压应力较小,但墙底由于水平荷载带来的弯矩所引起的拉应力却较大,出现在L型转折交叉内侧处。因此,悬臂式挡土墙结构以承受水平荷载为主,为受弯构件。

3) 悬臂式挡土墙易破损位置是L型转折处,其内侧受拉、外侧受压,实际施工中可在该位置考虑配置一定的钢筋。破损分析表明,在L型转折交叉内侧处出现了一条裂缝,裂缝走向为水平向下约 20° ,裂缝长度约为6 cm。总体上看,裂缝扩展长度和破损区域并不是很大,破损区存在明显

的应力集中和应力重分布。

4) 同等计算条件下,扶壁式挡土墙与悬臂式挡土墙应力分布规律基本相似,挡墙易破损位置没有变化。然而,扶壁式挡土墙由于截面抗弯刚度的增大,应力得到极大改善,拉应力最大值减小超过80%,压应力最大值减小约60%,挡墙没有出现裂缝。因此,增加扶壁是改善挡土墙受力条件、防止发生破损的有效措施。

5) 本文采用的分析方法仅适用于二维静态或准静态分析,对更复杂的三维或动力分析,仍需要加以研究。

参考文献:

- [1] 章为民,赖忠中,徐光明. 加筋挡土墙离心模型试验研究[J]. 土木工程学报,2000,33(3):84-91.
- [2] 宋飞,刘超,张建民,等. 离心模型挡土墙试验设备的研制[J]. 岩土力学,2010,31(9):3005-3011.
- [3] 李永刚,白鸿莉. 垂直墙背挡土墙土压力分布研究[J]. 水利学报,2003,34(2):102-106.
- [4] 刘洋,于鹏强. 刚性挡土墙平移模式的土拱形状与主动土压力分析[J]. 岩土力学,2019,40(2):506-516+528.
- [5] 栾茂田,肖成志,杨庆,等. 考虑蠕变性土工格栅加筋挡土墙应力与变形有限元分析[J]. 岩土力学,2006,27(6):857-863.
- [6] 邹维列,冷建军,王协群. 重力式加筋土挡墙的工作性能和土压力计算[J]. 岩土力学,2011,32(增刊2):70-75.
- [7] RAO P, CHEN Q, ZHOU Y, et al. Determination of active earth pressure on rigid retaining wall considering arching effect in cohesive backfill soil[J]. Int J Geomech, 2016, 16(3): 04015082.
- [8] 张波,石名磊,白世伟. 新庄黏土加筋挡墙失稳破坏研究[J]. 岩土力学,2007,28(11):2348-2352.
- [9] 吴顺川,金爱兵,王金安. 车辆荷载下路基挡土结构失稳机理数值模拟[J]. 岩土力学,2007,28(2):258-262.

- [10] 孟云伟,柴贺军,贾学明. 石笼挡土墙的颗粒离散元细观力学模拟研究[J]. 岩土力学, 2010, 31(8): 2677-2688.
- [11] WANG H, CHENG J, GUO Y, et al. Failure mechanism of soil nail—Prestressed anchor composite retaining structure[J]. Geotech Geol Eng, 2016, 34(6): 1889-1898.
- [12] SUN W, FISH J, ZHANG G. Superposition of non-ordinary state-based peridynamics and finite element method for material failure simulations[J]. Meccanica. 2020;55(4):681-99.
- [13] SUN W, FISH J, ZHANG G. Superposition of non-ordinary state-based peridynamics and finite element method for material failure simulations[J]. Meccanica, 2020, 55: 681-699.
- [14] SUN W, FISH J, DHIA H B. A variant of the s-version of the finite element method for concurrent multiscale coupling[J]. Inter J Mul Comp Eng, 2018, 16(2): 21-40.
- [15] SILLING S A. Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces [J]. J Mech Phys Solids, 2000, 48(1): 175-209.
- [16] SILLING S A, EPTON M, WECKNER, et al. Peridynamic states and constitutive modeling[J]. J Elasticity, 2007, 88(2): 151-184.
- [17] 孙伟. 高土石坝防渗墙破坏的多尺度分析方法研究[D]. 北京:清华大学水利水电工程系, 2020.
- [18] FOSTER J T, SILLING S A, CHEN W. An energy based failure criterion for use with peridynamic states [J]. Inter J Mul Comp Eng, 2011, 9(6): 675-687.
- [19] NI T, ZACARIOTTO M, ZHU Q, et al. Static solution of crack propagation problems in Peridynamics [J]. Comput Methods in Appl Mech Eng, 2019, 346: 126-151.
- [20] GALVEZ J C, ELICES M, GUINEAG V, et al. Mixed mode fracture of concrete under proportional and non-proportional loading [J]. Int J Fract, 1998, 94(3): 267-284.
- [21] 中华人民共和国交通部. 公路路基设计规范: JTG D30-2004 [S]. 北京:人民交通出版社, 2005.
- [22] 徐世烺. 混凝土断裂力学[M]. 北京:科学出版社, 2011.
- [23] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 混凝土结构设计规范: GB 50010-2010 [S]. 北京:中国建筑工业出版社, 2011.
- [24] 魏元友. 扶壁式及L式挡土墙模型土压力试验[J]. 岩土力学, 1994, 15(1): 20-27.

(责任编辑 王海蓉)

(终校 本刊编辑部)